

## СТРОИТЕЛЬНЫЕ КОНСТРУКЦИИ

УДК 519.21:624.012.45.303.92.3

### ОЦЕНКА ВЕРОЯТНОСТНЫХ ХАРАКТЕРИСТИК РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ЭФФЕКТОВ ОТ ВНЕШНЕГО ВОЗДЕЙСТВИЯ И ФУНКЦИИ ПРЕДЕЛЬНОГО СОСТОЯНИЯ В РАСЧЕТАХ ЖЕЛЕЗОБЕТОННЫХ ЭЛЕМЕНТОВ

*д-р техн. наук, проф. Д.Н. ЛАЗОВСКИЙ,  
канд. техн. наук, доц. Д.О. ГЛУХОВ, Т.М. ГЛУХОВА  
(Полоцкий государственный университет)*

*Представлен метод экспресс-оценки вероятностных характеристик эффектов от внешнего воздействия и функции предельного состояния железобетонного элемента, не прибегая к процедуре статистического моделирования. Экспресс-оценка основана на аналитических вычислениях параметров распределений случайных величин, учитывающих особенности нелинейной деформационной модели железобетонного элемента по сечению, нормальному к продольной оси элемента.*

Современная строительная наука благодаря бурному развитию информационных технологий ставит перед собой нетрадиционные задачи имитационного моделирования строительных конструкций в первую очередь с целью обеспечения надежности проектируемых и эксплуатируемых зданий и сооружений. В Республике Беларусь усилиями ученых Т.М. Пецоляда, В.В. Тура [2], В.Г. Казачка [3] и других ведется разработка единого методологического подхода к оценке надежности строительных конструкций на стадии проектирования и эксплуатации при обследовании их технического состояния.

**Основная часть.** Переход к более точным методам расчета позволяет получать научно обоснованную экономию материалов. Основными направлениями получения более экономичных решений являются следующие:

- учет физически нелинейных эффектов (перераспределение усилий, подбор концентрированной арматуры с учетом перераспределения усилий);
- проектирование элементов по нелинейной деформационной модели;
- применение вероятностных методов расчета с целью учета особенностей конкретного производства (при проектировании отдельных элементов, конструкции в целом, назначении контрольных нагрузок);
- разработка новых конструктивных решений.

Каждое из данных направлений дает определенный резерв экономии, который по разным источникам и с учетом нашего опыта проектирования может оцениваться следующим образом:

- учет физически нелинейных эффектов (в пределах от 10 до 30 %);
- проектирование элементов по нелинейной деформационной модели (до 10 %);
- применение вероятностных методов расчета с целью учета особенностей конкретного производства (до 20 %);
- разработка новых конструктивных решений (10...30 %)

С целью иллюстрации отличий в оценках прочности различными методами расчета можно привести сравнение методов оценки прочности балки на изгиб (рис. 1).



Рис. 1. Сравнение методов оценки прочности

При малом разбросе значений прочностных характеристик материалов мы получаем запас прочности по сравнению с проектной оценкой на 18,7 % и по сравнению с оценкой по средним значениям прочностных характеристик материалов – на 13,3 %. При большом разбросе значений прочностных характеристик материалов данный запас практически отсутствует.

Сравнение результата по оценке ширины раскрытия трещины показало приближение к проектным оценкам (при 200 кН·м по проектным данным ширина раскрытия трещины должна составлять 0,4 мм, по вероятностному расчету среднее значение 0,43 мм, 5 % квантиль 0,42 мм).

Вероятностный метод расчета используется для более точной оценки прочности элемента при наличии достаточного количества статистических данных по результатам обследования. Высокая точность позволяет использовать данный метод тогда, когда другие методы оценки показывают, что прочность не обеспечена. В частности, на предприятиях с высокой культурой производства при использовании современного оборудования можно получить железобетонные изделия, обеспечивающие прочность большую, чем аналогичные изделия, выпускаемые на других производствах. Это позволяет говорить о возможной экономии средств, которая, по нашим оценкам, может достигать 25 %.

Новая концепция надежности, определенная в СТБ ISO 2394-2007 «Надежность строительных конструкций. Общие принципы» (утв. постановлением Государственного комитета по стандартизации Республики Беларусь 29.12.2007 № 67 и введено в действие с 1 июля 2008 года), четко определяет область применения вероятностных методов расчета надежности.

Общие принципы обеспечения надежности строительных и иных конструкций изложены в базовом документе EN 1990 [12] и ISO 2394 [13]. Еврокоды предлагают готовую систему теоретических распределений для анализа и моделирования случайных свойств конструкций. В частности, в Eurocode3 «Стальные конструкции» [14] при определении прочности (предела текучести) стали по результатам испытаний применяется логарифмически нормальный закон распределения для моделирования как геометрических, так и прочностных параметров.

Объединенный комитет по безопасности конструкций JCSS, выполняющий работы по калибровке частных коэффициентов безопасности, закладываемых в европейские нормы, предлагает вероятностную модель PMC (Probabilistic Model Code), где также определяет вид распределения для каждого учитываемого параметра:

- прочностные характеристики – логарифмически нормальный закон распределения;
- плотность бетона – нормальное распределение;
- длительно действующие нагрузки – гамма-распределение;
- кратковременные нагрузки – экспоненциальное распределение;
- сопротивление конструкции – нормальный закон распределения;

Отдельные параметры допускается рассматривать как подчиненные распределению Вейбула и Гамбела [17].

Ранее нами были опубликованы работы, раскрывающие суть статистического моделирования железобетонных элементов. Были решены теоретические вопросы планирования численного эксперимента с целью достижения заданной точности и обработки результатов статистического моделирования. Систематизированы и предложены алгоритмы генераторов псевдослучайных последовательностей, соответствующие современным требованиям качества [8, 9].

Решение этой задачи должно опираться на современные достижения в области математической статистики и теории вероятности [1, 4 – 7].

Применение вероятностных методов расчета, как было показано в работах [8, 9], имеет существенный недостаток – высокую потребность в вычислительных ресурсах. Высокая ресурсоемкость расчетов связана с необходимостью учета большого объема факторов и требует перехода к суперкомпьютерным технологиям (на современном этапе развития вычислительной техники расчет реализуем только на суперкомпьютерах или большой GRID-системе). Это связано и с особенностями современных объектов строительства.

В частности, А.С. Городецкий в работе [10] выделяет следующие конструктивные особенности, приобретающие все большую популярность, монолитных каркасов высотных зданий:

- безбалочные перекрытия, имеющие сложную конфигурацию в плане, обусловленную наличием большого количества нерегулярно расположенных балконов, эркеров, лоджий, отверстий;
- нерегулярно расположенные вертикальные несущие элементы (рис. 2) – диафрагмы, колонны, пилоны (как правило, происходит отказ от мощных колонн прямоугольного сечения в пользу часто расположенных пилонов и колонн сложного сечения: тавровые, крестовые, уголкового, которые естественно вписываются в планировку);
- ненесущие наружные стены, поэтажно опирающиеся на междуэтажные перекрытия;

- фундаментные конструкции, представляющие собой фундаментную плиту, опирающуюся на свайное основание или грунтовое, усиленное сваями.

Но главная особенность монолитной конструкции – возможность обеспечения совместной работы всех конструктивных элементов: вертикальных несущих элементов (колонн, пилонов, диафрагм), плит перекрытий, фундаментных плит, свайного или грунтового основания.

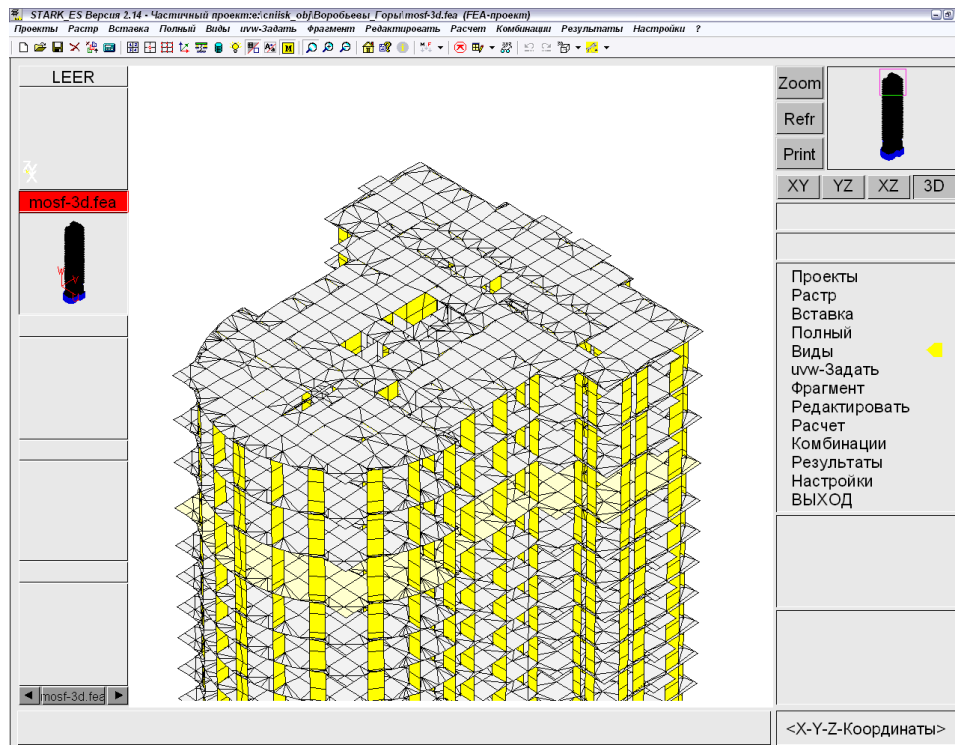


Рис. 2. Модель монолитного каркаса в программном комплексе StarkES фирмы «Еврософт»

Указанные выше конструктивные особенности объектов неизбежно приводят к усложнению модели. С.Ю. Фиалко в работе [11] определяет особенности математических моделей современных строительных объектов:

- большая размерность модели, включающая от 100 000...500 000 неизвестных и более;
- плохая обусловленность задачи, необходимость применения методов предобусловливания;
- необходимость обеспечения возможности стратификации модели;
- обеспечение возможности распараллеливания процесса вычисления.

Теория расчетов таких моделей прошла сравнительно короткую историю. Основные публикации по совершенствованию как прямых, так и итерационных алгоритмов относятся к 2000-м годам [11, 15, 16].

Среди прямых методов решения задач строительной механики методом конечных элементов в течение многих лет применяется профильный метод с упорядочением на основе обратного алгоритма Катхилла – Макки.

Среди итерационных методов широко используется метод сопряженных градиентов с предобусловливанием типа неполной факторизации Холецкого (ICCG).

Как альтернатива традиционным методам в данной работе рассматриваются многофронтальный метод с упорядочением по алгоритму минимальной степени MFM(MDA) и агрегатный многоуровневый итерационный метод AMIS [11, 15, 16].

Можно констатировать, что разработка более эффективных методов и алгоритмов расчета будет продолжаться, тем более требуются алгоритмы, которые позволят эффективно проводить расчеты по нелинейным и вероятностным моделям. Поэтому **целью** данной работы является разработка экспресс-оценок вероятностных характеристик распределений «выходных» переменных.

Итак, если мы располагаем параметрами распределения случайной функции напряжения  $\sigma(\epsilon)$ ,  $m_\sigma(\epsilon)$  – математическое ожидание этой функции,  $K_\sigma(\epsilon, \epsilon)$ , или  $D_\sigma(\epsilon)$ , – корреляционная функция (дисперсия) этой функции. Будем считать случайную функцию  $\sigma(\epsilon)$  эргодической. Необходимо отметить, что в условиях реального производства коэффициент вариации прочностных характеристик бетона может со-

гласно действующим нормативным документам, ГОСТам достигать 16 %. Хорошим значением считается 11...13 %. На некоторых предприятиях этот параметр варьируется от 9 до 11 %.

Так как уравнения равновесия имеют вид интеграла (рассмотрим случай одной переменной) и существует однозначное отображение исходной функции в функцию  $\sigma(y)$  с вероятностными характеристиками  $m_\sigma(y)$  и  $K_\sigma(y,y)$ :

$$\begin{aligned} N &= \int_y \sigma \ y \ dy; \\ M_y &= - \int_y \sigma \ y \ y dy, \end{aligned} \quad (1)$$

вероятностные характеристики усилий, рассчитываемые для заданного распределения деформаций, будут определяться следующим образом:

$$\begin{aligned} m_N &= \int_y m_\sigma \ y \ dy; \\ m_M &= - \int_y m_\sigma \ y \ y dy; \\ K_{N \ \varepsilon, \varepsilon} &\equiv D_N = \iint_y D_\sigma \ y \ dy dy; \\ K_{M \ \varepsilon, \varepsilon} &\equiv D_M = \iint_y y^2 D_\sigma \ y \ dy. \end{aligned} \quad (2)$$

Последние величины характеризуют разброс значений усилий, соответствующих заданным деформациям.

Для случая двух переменных имеем:

$$\begin{aligned} N &= \int_x \left[ \int_y \sigma \ x, y \ dy \right] dx; \\ M_y &= - \int_x \left[ \int_y \sigma \ x, y \ y dy \right] dx; \\ M_x &= - \int_y \left[ \int_x \sigma \ x, y \ x dx \right] dy, \end{aligned} \quad (3)$$

тогда

$$\begin{aligned} m_N &= \int_x \left[ \int_y m_\sigma \ x, y \ dy \right] dx; \\ m_{My} &= - \int_x \left[ \int_y m_\sigma \ x, y \ y dy \right] dx; \\ m_{Mx} &= - \int_y \left[ \int_x m_\sigma \ x, y \ x dx \right] dy; \\ K_{N \ \varepsilon, \varepsilon} &\equiv D_N = \iint_x \left[ \iint_y D_\sigma \ x, y \ dy dy \right] dx dx; \\ K_{My \ \varepsilon, \varepsilon} &\equiv D_{My} = \iint_x \left[ \iint_y y^2 D_\sigma \ x, y \ dy dy \right] dx dx; \\ K_{Mx \ \varepsilon, \varepsilon} &\equiv D_{Mx} = \iint_y \left[ \iint_x x^2 D_\sigma \ x, y \ dx dx \right] dy dy. \end{aligned} \quad (4)$$

Данный подход позволяет оценить возможный разброс значений определяемых эффектов от внешнего воздействия и функции предельного состояния, в частности, разрушающих нагрузок или момента образования нормальной трещины.

Так как для нас представляют интерес производные от этих нагрузок величины (например, находящаяся в прямой зависимости от приложенных усилий ширина раскрытия трещины), то их вероятностные характеристики также становятся определенными и позволяют судить о неустранимом разбросе их значений.

**Экспресс-оценка надежности железобетонного элемента по деформационной модели.** Рассматривая воздействие  $S$  на конструктивный элемент как случайную величину и учитывая случайный характер функции предельного состояния  $R$ , параметры распределения которой мы оцениваем с использованием экспресс-оценки, задачу оценки надежности конструктивного элемента можно принять как задачу анализа характеристик случайной величины  $M = R - S$ .

Вероятность разрушения в этом случае будет определяться по формуле:

$$p_f = P(R < S) = P(M < 0).$$

Более распространенной оценкой риска на стадии проектирования и обследования является индекс надежности, рассчитываемый исходя из предположения о нормальном законе распределения функции воздействия, функции предельного состояния и независимости случайных величин  $S$  и  $R$ :

$$\beta = -\Phi^{-1}(p_f) = \frac{m_R - m_S}{\sqrt{s_R^2 + s_S^2}}. \quad (5)$$

В соответствии с ИСО СТБ 2394 критерий обеспечения надежности задается неравенством:

$$\beta \geq \beta_{tag}, \quad (6)$$

где  $\beta_{tag}$  – минимальный целевой индекс надежности, численные значения которого задаются в зависимости от степени ответственности конструкции.

В случае применения статистического моделирования для оценки индекса надежности выполняется вероятностный расчет, в котором с помощью генераторов псевдослучайных последовательностей моделируются прочностные характеристики материалов, геометрические параметры, площадь арматуры, нагрузки.

Если известны распределения и сочетания нагрузок, то строится вероятностная модель воздействия на конструктивный элемент, причем модель воздействия не влияет на оценку распределения функции предельного состояния, но оказывает существенное влияние на распределение оценок по деформациям и оценку надежности.

**Заключение.** Результатом проведенной работы является экспресс-метод оценки параметров распределения функции предельного состояния. Для оценки надежности элемента, имея вероятностную модель воздействия, располагаем всеми необходимыми исходными данными.

Необходимо отметить, что экспресс-метод, как нами было установлено при выполнении численных экспериментов, не применим в случае если в результате влияния входных случайных параметров реализация функции предельного состояния определяется разными критериями предельного состояния.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Гмурман, В.Е. Теория вероятностей и математическая статистика: учеб. пособие для втузов / В.Е. Гмурман. – 5-е изд., перераб. и доп. – М.: Высш. шк., 1977. – 479 с.
2. Многоуровневая система оценки надежности железобетонных конструкций эксплуатируемых и реконструируемых зданий и сооружений / В.В. Тур [и др.] // Строительная наука и техника. – 2007. – № 4. – С. 4 – 19.
3. Казачек, В.Г. Проблемы обеспечения надежности железобетонных конструкций при проектировании, обследовании и эксплуатации зданий и сооружений / В.Г. Казачек // Строительная наука и техника. – 2007. – № 6. – С. 28 – 38.
4. Прикладная статистика. Правила определения оценок и доверительных границ для параметров гамма-распределения: ГОСТ 11,011-83.

5. Елисеева, И.И. Общая теория статистики: учеб. / И.И. Елисеева, М.М. Юзбашев; под ред. И.И. Елисеевой. – 4-е изд., перераб. и доп. – М.: Финансы и статистика, 1999. – 480 с.
6. Вентцель, Е.С. Теория вероятностей: учеб. для вузов / Е.С. Вентцель. – 7-е изд. М.: Высш. шк., 2001. – 575 с.
7. Орлов, А.И. Прикладная статистика / А.И. Орлов. – М.: Изд-во «Экзамен», 2004 [Электронный ресурс]. – 2004. – Режим доступа: <http://www.aup.ru/books/m163/>.
8. Глухов, Д.О. Генераторы случайных чисел для расчета надежности строительных конструкций / Д.О. Глухов, Т.М. Глухова // Вестн. Полоц. гос. ун-та. Сер. С. Фундаментальные науки. – 2008. – № 3. – С. – 60 – 68.
9. Глухов, Д.О. Оценка параметров теоретических распределений случайных величин в расчете надежности строительных конструкций / Д.О. Глухов, Д.Н. Лазовский // Вестн. Полоц. гос. ун-та. Сер. Ф. Строительство. Прикладные науки. – 2008. – № 6. – С. 2 – 12.
10. Расчет и проектирование конструкций высотных зданий из монолитного железобетона / А.С. Городецкий [и др.]. – Киев: Факт, 2004. – 106 с.
11. Фиалко, С.Ю. Применение современных вычислительных технологий к расчету многоэтажных зданий SCAD / С.Ю. Фиалко // Вестн. Одесской гос. акад. стр-ва и архит. – 2003. – № 9. – С. 189 – 193.
12. Gulvanessian, H. Designer's Guide to EN 1990, Eurocode: Basis of Structural Design / H. Gulvanessian [et al.]. – London, 2002. – 192 p.
13. ISO 2394 General principles on reliability for structures, ISO 1998.
14. CEN, «ENV 1993-1-1: Eurocode 3 Part 1-1: Annex Z – Determination of design resistance from tests», European Committee for Standardisation, Brussels, 1993.
15. Фиалко, С.Ю. Сопоставление прямых и итерационных методов решения больших конечно-элементных задач строительной механики / С.Ю. Фиалко // Расчетные модели сооружений и возможность их анализа / А.В. Перельмутер, В.И. Сливкер. – Киев: Сталь, 2002. – С. 552 – 569.
16. Фиалко, С.Ю. Многофронтальный метод для решения больших конечно-элементных задач применительно к исследованию напряженно-деформированного состояния тонкостенных оболочек с массивными ребрами / С.Ю. Фиалко // Прикл. механика. – 2003. – № 39. – С. 4.
17. Ton Vrouwenvelder Reliability Based Code calibration The use of the JCSS Probabilistic Model Code // Joint Committee of Structural Safety Workshop on Code Calibration, March 21/22, Zurich.

*Поступила 29.05.2009*